

Список вопросов к экзамену по  
математической логике  
ОТиПЛ, 4 курс

- 1) Понятие функции, примеры. Область определения, множество значений. Тотальные функции. Инъективные и биективные функции. Существование биекции между  $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$  и  $\mathbb{N}$ . Несчетность множества функций  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ .
- 2) Вычислимые функции, примеры. Счетность множества вычислимых функций. Существование невычислимых функций (доказательство через сравнение мощностей).
- 3) Разрешимые множества. Разрешимость конечных множеств. Индикаторы множеств. Связь между разрешимостью множества и вычислимостью его индикатора. Разрешимость объединения, пересечения и разности разрешимых множеств.
- 4) Перечислимые множества. Перечислимость объединения и пересечения перечислимых множеств. Перечислимые множества как области определения вычислимых функций. Перечислимые множества как области значений вычислимых функций.
- 5) Разрешимость перечислимого множества с перечислимым дополнением (теорема Поста). Существование неразрешимых перечислимых множеств. Существование пары перечислимых множеств, разность которых неперечислима.
- 6) Понятие об алгоритмически неразрешимой задаче. Неразрешимость задачи проверки наличия решения у полиномиального диофантового уравнения (без доказательства). Задачи остановки и самоприменимости, их неразрешимость.
- 7) Диагонализация: для любого счетного семейства тотальных функций  $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  найдется тотальная функция, ему не принадлежащая. Следствие: существование невычислимых тотальных функций. Диагонализация для случая частично определенных функций.
- 8) Нетривиальные свойства семейства вычислимых функций. Теорема Успенского–Райса.
- 9) Булево множество. Булев куб. Вершины и ребра булевого куба, их количество. Булевы функции, их количество. Примеры булевых функций.
- 10) Дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ). Конъюнкты и литералы. Совершенная ДНФ (СДНФ). Существование СДНФ для любой булевой функции.
- 11) Полные системы функций, примеры.
- 12) Класс булевых функций, сохраняющих ноль. Класс булевых функций, сохраняющих единицу. Класс монотонных функций. Двойственность булевых функций. Класс самодвойственных функций. Класс монотонных булевых функций. Класс линейных булевых функций. Замкнутость классов (общая схема рассуждения с индукцией по построению формулы, а также 2–3 примера применения индукции). Теорема Поста о полноте системы функций (без доказательства).
- 13) Понятие об исчислении высказываний (ИВ). Алфавит ИВ. Пропозициональные переменные и формулы. Схемы аксиом и аксиомы. Правило вывода *modus ponens*. Вывод формулы  $A \rightarrow A$ .
- 14) Выводимость из множества формул. Лемма о дедукции. Примеры применения леммы о дедукции.
- 15) Корректность ИВ. Полнота ИВ (без доказательства).